EINLEITUNG

Sind n Punkte auf der Einheitskugel des R^3 gegeben, so ist ihre konvexe Hülle ein Polyeder H das vollständig in der Kugel enthalten ist. Verändern wir die Eckpunkte des Polyeders, so werden wir im allgemeinen auch sein Volumen ändern. Dabei stellt sich die Frage, bei welcher Anordnung von n Punkten auf der Einheitskugel das Volumen von H größtmöglich wird, und welchen topologischen Typus dann H besitzt. Die Anzahl sei dabei der Punkte fest vorgegeben. Das Polyeder, das unter allen anderen n-eckigen Polyedern das größte Volumen besitzt nennen wir das *für n optimale Polyeder*. Dabei müssen wir aber beachten, daß für ein festes n mehrere "optimale Polyeder" existieren können; es kann sogar sein, daß es zwei "optimale Polyeder" mit demselben topologischen Typus existieren.

Diese Fragestellung wurde bereits von Laszlo Fejes-Tóth [18] untersucht. Er fand ein Kriterium, das bei einem optimalen Polyeder notwendigerweise erfüllt sein muß. Auf dieses Kriterium werden wir im sechsten Kapitel zurückkommen und mit seiner Hilfe eine Liste von sehr guten Anordnungen für n = 9 bis 25 ermitteln.

D.W. Grace [27] hat mit numerischen Methoden eine sehr gute Anordnung für n = 8 gefunden. Daß er das für n = 8 optimale Polyeder gefunden hat, wurde bereits von J.D.Berman und K.Hanes [3] bewiesen, und wird in dieser Arbeit auf einem anderen Weg neu gezeigt werden. Weiters bestimmten J.D.Berman und K.Hanes auch die für n = 4 - 7 optimalen Polyeder. Sie verwenden dazu das oben erwähnte Kriterium. Dieses ist zwar geometrisch sehr anschaulich und einleuchtend, aber rechentechnisch nur schwer handhabbar. Wir werden mit Hilfe der sphärische Trigonometrie auf eine neue Art die Optimalität des von D.W. Grace gefundenen Polyeders für n = 8 beweisen.

Die Resultate, die wir erhalten können wir auch dazu benützen, die Anzahl der für das optimale Polyeder in Betracht kommenden topologischen Typen stark einzuschränken. Für n = 9 und 14 gelingt es den topologischen Typus des optimalen Polyeders eindeutig bestimmen, für n = 10 und n = 11 kommt noch jeweils ein zweiter Typus in Frage. Diese Polyedertypen wurden numerisch oder unter der Annahmen von Symmetriebedingungen untersucht; auf eine Lösung der Fragestellung für n = 9, 10 oder 14 müssen wir aber leider verzichten.

Die Vertrautheit mit den üblichen Begriffen der konvexen Geometrie und der Analysis wird beim Leser vorausgesetzt, die Abbildungen stellen durchwegs Objekte auf der Kugeloberfläche dar.